ON A STABILITY FOR GENERALIZED FEYNMAN-KAC SEMIGROUPS OF STABLE-LIKE PROCESSES (Symposium on Probability Theory)

数理解析研究所講究録
第1903巻 2014年 90-96

ON A STABILITY FOR GENERALIZED FEYNMAN-KAC SEMIGROUPS OF STABLE-LIKE PROCESSES

金大弘・桑江一洋 (熊本大学自然科学研究科)

1. 枠組

$\mathbf{X}$ を $\mathbb{R}^d$ 上の対称な α-安定型過程で $\alpha\in]0,2[$ とする (see [4]). 対応する $L^2(\mathbb{R}^d)$ 上のディリクレ形式 $(\mathcal{E},\mathcal{F})$ は

$$\mathcal{F}=\left\{f\in L^2(\mathbb{R}^d):\int_{\mathbb{R}^d}\int_{\mathbb{R}^d}\frac{(f(x)-f(y))^2}{|x-y|^{d+\alpha}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y<\infty\right\}$$

$$\mathcal{E}(f,g)=\frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^d}\int_{\mathbb{R}^d}\frac{(f(x)-f(y))(g(x)-g(y))c(x,y)}{|x-y|^{d+\alpha}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad f,g\in\mathcal{F}$$

で与えられる, ここで $c(x,y)$ は $\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ 上の対称な可測関数で, ある $0<c_1<c_2$ に対して $c_1\le c(x,y)\le c_2$ for $x,y\in\mathbb{R}^d$ をみたすとする. Chen-Kumagai [4] の結果から $\mathbf{X}$ は $]0,+\infty[\times\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ 上で局所 Hölder 連続な熱核 $p_t(x,y)$ を許容する. $d>\alpha$ を仮定する, すなわち $\mathbf{X}$ が過渡的とする. さらに $\mathbf{X}$ の熱核 $p_t(x,y)$ が安定過程の熱核と上下比較可能である: $p_t(x,y)\asymp\left(t^{-d/\alpha}\wedge\frac{t}{|x-y|^{d+\alpha}}\right)$ $\forall(t,x,y)\in]0,\infty[\times\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ [1]. $\beta>0$ に対して $R_\beta(x,y)=\int_0^\infty e^{-\beta t}p_t(x,y)\mathrm{d}t$, $x,y\in\mathbb{R}^d$, を β-位のレゾルヴェント核とする. 非負ボレル測度 ν に対して $R_\beta\nu(x):=\int_{\mathbb{R}^d}R_\beta(x,y)\nu(\mathrm{d}y)$, $R\nu(x):=R_0\nu(x)$ と記し, 非負もしくは有界ボレル関数 f に対して $\nu(\mathrm{d}x)=f(x)\mathrm{d}x$ のとき $R_\beta f(x)=R_\beta\nu(x)$ と記す. $\mathbb{R}^d\cup\{\partial\}$ を $\mathbb{R}^d$ の一点コンパクト化とする. 増大する閉集合列 $\{F_k\}$ が**狭義 $\mathcal{E}$-巣** であるとは $\mathbf{P}_x(\lim_{k\to\infty}\sigma_{F_k^c}=\infty)=1$ a.e. $x\in\mathbb{R}^d$ が成立することとする. ここで $\sigma_{F_k^c}:=\inf\{t>0\mid X_t\in\mathbb{R}^d\setminus F_k\}$ は X_t の $F_k^c:=\mathbb{R}^d\setminus F_k$ への最小到達時刻である. $\mathbb{R}^d\cup\{\partial\}$ 上の関数 f が **狭義 $\mathcal{E}$-準連続**であるとは閉集合からなる狭義 $\mathcal{E}$-巣 $\{F_k\}$ で $f|_{F_k\cup\{\partial\}}$ が各 $k\in\mathbb{N}$ 毎に連続になることをいう. $QC(\mathbb{R}^d\cup\{\partial\})$ で $\mathbb{R}^d\cup\{\partial\}$ 上の全ての狭義 $\mathcal{E}$-準連続関数の全体とする.

---

[1][4, Proposition 4.1] では $(t,x,y)\in]0,1]\times\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ で安定過程の熱核と上下比較可能であることしか示されていない. しかし scaling した熱核に対応するディリクレ形式も α-安定型過程に対応するものであることと, α-安定過程の熱核 $p_t(x,y)$ の scaling property $p_t(x,y)=t^{-d/\alpha}p_1(t^{-1/\alpha}x,t^{-1/\alpha}y)$, $t\in]0,+\infty[,x,y\in\mathbb{R}^d$ から時間に関して大域的な上下評価が得られる.

$S_1(\mathbf{X})$ で安定型過程 $\mathbf{X}$ での狭義の意味で滑らかな測度の全体とする ([5] を参照せよ). [5] での一般論から $S_1(\mathbf{X})$ の元 ν には全ての出発点で確率 1 で定義される古典的な意味での正値連続加法的汎関数 (PCAF と記す) A_t^ν が Revuz 対応する ([5] を参照せよ). 測度 $\nu \in S_1(\mathbf{X})$ が**ディンキンクラス** (resp. **グリーン有界**) とは $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} R_\beta\nu(x) < \infty\ \exists\beta > 0$ (resp. $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} R\nu(x) < \infty$) のこととする. 測度 $\nu \in S_1(\mathbf{X})$ が **加藤クラス** とは $\lim_{\beta\to\infty}\sup_{x\in\mathbb{R}^d} R_\beta\nu(x) = 0$ のこととする $S_D^1(\mathbf{X})$ (resp. $S_{D_0}^1(\mathbf{X})$) で ディンキンクラスの (resp. グリーン有界な) 測度の全体とし, $S_K^1(\mathbf{X})$ で加藤クラスの測度の全体とする. $S_K^1(\mathbf{X}) \subset S_D^1(\mathbf{X})$ と $S_{D_0}^1(\mathbf{X}) \subset S_D^1(\mathbf{X})$ が自明に成立する. $\mathbf{X}$ のレヴィ系 (N,H) は $N(x,\mathrm{d}y) = 2c(x,y)|x-y|^{-(d+\alpha)}\mathrm{d}y$ と $H_t = t$ で与えられる. すなわち, $\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ 上の任意の非負ボレル関数 ϕ で対角線上で0になるものと任意の $x \in \mathbb{R}^d$ に対し, $\mathbf{E}_x\left[\sum_{s\le t}\phi(X_{s-},X_s)\right] = \mathbf{E}_x\left[\int_0^t\int_{\mathbb{R}^d}\frac{2c(X_s,y)\phi(X_s,y)}{|X_s-y|^{d+\alpha}}\mathrm{d}y\mathrm{d}s\right]$ が成立する. 記法の簡明化のため $\mu_\phi(\mathrm{d}x) := \left\{\int_{\mathbb{R}^d}\frac{2c(x,y)\phi(x,y)}{|x-y|^{d+\alpha}}\mathrm{d}y\right\}\mathrm{d}x$ と表す.

$\mathbf{X}$ の細位相で連続な有界関数 $u \in \mathcal{F}_{\mathrm{loc}} \cap QC(\mathbb{R}^d\cup\{\partial\})$ をとる. 文献 [6, Theorem 6.2(1)] において以下のことを示した: 条件 $\mu_{\langle u\rangle} \in S_D^1(\mathbf{X})$ の下, 加法的汎関数 $u(X_t) - u(X_0)$ が次の意味で分解できる (一般化された福島分解の精密化, 文献 [6, Appendix] を参照されたい);

$$(1.1)\qquad u(X_t) - u(X_0) = M_t^u + N_t^u \quad t \in [0,+\infty[\quad \mathbf{P}_x\text{-a.s. } \forall x \in \mathbb{R}^d.$$

ここで M^u は古典的な意味での 2 乗可積分マルチンゲール加法的汎関数[2]で, その二次変分過程 $\langle M^u\rangle_t$ はPCAF であり, 対応する Revuz 測度が $\mu_{\langle u\rangle}$ となるものである. また N^u は古典的な意味で連続加法的汎関数で局所的にエネルギー 0 となるものである.

2. Gaugeability の解析的特徴付け

符号値測度 μ を $\mu := \mu_1 - \mu_2$, $\mu_1,\mu_2 \in S_1(\mathbf{X})$ で固定する. F を $\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ 上の有界な対称ボレル可測関数で対角線上で0になるものとする. $F_\pm := \max\{\pm F, 0\}$ とおく. $F := F_+ - F_-$ が **クラス** $J_1(\mathbf{X})$ (resp. $J_D^1(\mathbf{X})$, $J_{D_0}^1(\mathbf{X})$) に属すとは $\mu_{|F|} \in S_1(\mathbf{X})$ (resp. $S_D^1(\mathbf{X})$, $S_{D_0}^1(\mathbf{X})$) が成立することとする. そのような F は $F = F_1 - F_2$ の形の表現で各 F_i $(i=1,2)$ が $\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d$ 上の有界な対称ボレル可測関数で対角線上で 0 になるもので表現できる. もし $F_1 + F_2 \in J_1(\mathbf{X})$ (resp. $J_D^1(\mathbf{X})$, $J_{D_0}^1(\mathbf{X})$) なら $F \in J_1(\mathbf{X})$ (resp. $J_D^1(\mathbf{X})$, $J_{D_0}^1(\mathbf{X})$) が成立する. この場合, 次の純飛躍型加法的汎関数 A^F が古典的な意味で定義可能であ

[2]必ずしもエネルギー有限ではない.

る: $A_t^F = A_t^{F_1} - A_t^{F_2}$, $A_t^{F_i} := \sum_{0<s\le t} F_i(X_{s-}, X_s) (i=1,2)$. 有界関数 $u \in \mathcal{F}_{\mathrm{loc}}$ で $\mu_{\langle u\rangle} \in S_1(\mathbf{X})$ をみたすものと $F_1 + F_2 \in J_1(\mathbf{X})$ に対して $F^u(x,y) := F(x,y) + \{-u(y) - (-u(x))\} = F(x,y) + u(x) - u(y)$ と $G^u = e^{F^u} - 1$ を定め, $F^0 = F$ and $G^0 = G := e^F - 1$ と記す. $(F^u)^2 \in J_1(\mathbf{X})$ が成立することから, 純不連続な局所自乗可積分局所マルチンゲール加法的汎関数 M^{F^u} が $M_t^{F^u} = M_t^F + M_t^{-u}$ で定義される. ここで $M_t^F = A_t^F - A_t^{\mu_F}$, $t \in [0,+\infty[$. さらに $G^u - F^u \in J_1(\mathbf{X})$ かつ $(G^u)^2 \in J_1(\mathbf{X})$ が成立することから純不連続な局所自乗可積分局所マルチンゲール加法的汎関数 M^{G^u} が $M_t^{G^u} = M_t^{F^u} + A_t^{G^u - F^u} - A_t^{\mu_{G^u - F^u}}$ で定義される. $Y_t := \mathrm{Exp}(M^{G^u})_t$ を $M_t^{G^u}$ の Doléans-Dade 指数関数, すなわち Y_t は次の SDE $Y_t = 1 + \int_0^t Y_{s-} \mathrm{d}M_s^{G^u}$ $\forall t \in [0,+\infty[$, $\mathbf{P}_x$-a.s. の解とする. このとき Y_t は $Y_t = \exp\left(M_t^{F^u} - A_t^{\mu_{G^u - F^u}}\right)$ と表現される. Y_t は全ての $t \in [0,+\infty[$ で定義される正値局所マルチンゲールで優マルチンゲール乗法的汎関数になる. $\mathbf{Y} = (\Omega, \widetilde{\mathfrak{F}}_\infty, \widetilde{\mathfrak{F}}_t, \widetilde{X}_t, \mathbf{P}_x^Y)$ を Y_t による $\mathbf{X}$ の変換過程とする (Girsanov 変換). $\mathbf{Y}$ の推移関数 $\{P_t^Y\}_{t\ge 0}$ は $P_t^Y f(x) = \mathbf{E}_x^Y[f(\widetilde{X}_t)] := \mathbf{E}_x[Y_t f(X_t)]$ で定める.

加法的汎関数 $A := N^u + A^\mu + A^F$ による非局所ファインマン・カッツ変換

$$e_A(t) := \exp(A_t), \quad t \ge 0 \tag{2.1}$$

を考える. $\mathbf{F}$ を次で定める非局所線形作用素とする:

$$\mathbf{F}f(x) := \int_{\mathbb{R}^d} \frac{2c(x,y)G(x,y)f(y)}{|x-y|^{d+\alpha}} \mathrm{d}y, \quad f \in \mathcal{B}_b(\mathbb{R}^d).$$

$e_A(t)$ は形式的な生成作用素 $\mathcal{H} := \mathcal{L} + \mathcal{L}u + d\mathbf{F}$ による半群 $P_t^A f(x) := \mathbf{E}_x\left[e_A(t) f(X_t)\right]$ を形成する. ここで $\mathcal{L}$ は $\mathbf{X}$ の半群の生成作用素であり, $d\mathbf{F}$ は次で定められる符号測度値作用素である: $d\mathbf{F}f := \mathbf{F}f(x)\mathrm{d}x$.

測度 $\mu_V := \mu_V^1 - \mu_V^2$ を $\mu_V^1 := \mu_1 + \mu_{G^u - F^u + F_1}$ と $\mu_V^2 := \mu_2 + \mu_{F_2}$ で定める. $Y_t = \exp\left(M_t^{F^u} - A_t^{\mu_{G^u - F^u}}\right)$ から全ての $t \in [0,+\infty[$ に対して

$$e_A(t) = e^{u(X_t) - u(X_0)} \exp\left(-M_t^u + A_t^\mu + A_t^F\right) = e^{u(X_t) - u(X_0)} Y_t \exp\left(A_t^{\mu_V}\right) \tag{2.2}$$

となる. これは $x \in \mathbb{R}^d$ と $f \in \mathcal{B}_+(\mathbb{R}^d)$ に対し, 次の表示を与える:

$$P_t^A f(x) := \mathbf{E}_x\left[e_A(t) f(X_t)\right] = e^{-u(x)} \mathbf{E}_x^Y\left[\exp\left(A_t^{\mu_V}\right) (e^u f)(\widetilde{X}_t)\right]. \tag{2.3}$$

$\mu_{\langle u\rangle} \in S^1_D(\mathbf{X})$ と $F_1+F_2 \in J^1_D(\mathbf{X})$ の条件下で明らかに $\mu^1_V, \mu^2_V \in S^1_D(\mathbf{X})$ となる. これらの条件下で 2 次形式 $(\mathcal{Q},\mathcal{F})$ を次のように定める.

$$\begin{aligned}(2.4)\qquad \mathcal{Q}(f,g) :&= \mathcal{E}(f,g) + \mathcal{E}(u,fg) - \int_{\mathbb{R}^d} fg\mathrm{d}\mu \\ &- \int_{\mathbb{R}^d}\int_{\mathbb{R}^d} \frac{2f(x)g(y)c(x,y)G(x,y)}{|x-y|^{d+\alpha}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \qquad f,g\in\mathcal{F}.\end{aligned}$$

また同じ条件下で $\mu_V := \mu^1_V - \mu^2_V$ として

$$(2.5)\qquad \lambda^{\mathcal{Q}}(\mu^1_V) := \inf\left\{\mathcal{Q}(f,f)\;\middle|\; f\in C_0^\infty(\mathbb{R}^d),\ \int_{\mathbb{R}^d} f^2 d\mu^1_V = 1\right\}.$$

と定める. 測度 $\nu \in S_1(\mathbf{X})$ が**グリーン緊密な加藤クラス**であるとは任意の $\varepsilon > 0$ に対し $\mathbb{R}^d$ の ν-測度有限なボレル集合 $K = K(\varepsilon)$ と $\delta > 0$ で $\nu(B) < \delta$ をみたす可測集合 $B \subset K$ に対して $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} R(\mathbf{1}_{B\cup K^c}\nu)(x) < \varepsilon$ が成立することとする. $S^1_{CK_\infty}(\mathbf{X})$ でグリーン緊密な加藤クラスの全体とする. 測度 $\nu \in S_1(\mathbf{X})$ が**グリーン半緊密な拡張された加藤クラス**であるとは $\mathbb{R}^d$ の ν-測度有限なボレル集合 K と $\delta > 0$ で $\nu(B) < \delta$ をみたす可測集合 $B \subset K$ に対して $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} R(\mathbf{1}_{B\cup K^c}\nu)(x) < 1$ が成立することとする. $S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$ でグリーン半緊密な拡張された加藤クラスの全体とする.

文献 [7, Theorems 1.1 and 1.2] において, 一般化されたファインマン・カッツ汎関数 $g(x) := \mathbf{E}_x[e_A(\infty)]$ の gaugeability と同値な条件に関して一般的な結果を得た. これは文献 [2, 3] や [12] の結果を全て包括する一般的な結果である. [7, Theorems 1.1 and 1.2] を α-安定型過程の枠組みで述べると以下の主張になる:

定理 2.1 ([7, Theorems 1.1 and 1.2]). $u \in \mathcal{F}_{\mathrm{loc}} \cap QC(\mathbb{R}^d \cup \{\partial\})$ が有界で $\mathbb{R}^d$ 上細位相で連続なボレル関数とし, $\mu_1 \in S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$, $\mu_{\langle u\rangle} + \mu_{F_1} \in S^1_{CK_\infty}(\mathbf{X})$ かつ $\mu_2 + \mu_{F_2} \in S^1_{D_0}(\mathbf{X})$ とする. このとき次の主張が同値になる:

(1) 汎関数 (2.1) はゲージアブル, すなわち $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} \mathbf{E}_x[e_A(\zeta)] < \infty$ が成立する.

(2) 汎関数 (2.1) は条件付きゲージアブル, すなわち

$$\sup_{(x,y)\in\mathbb{R}^d\times\mathbb{R}^d, x\neq y} \mathbf{E}^y_x[e_A(\zeta^y)] < \infty$$

が成立する. ここで $\mathbf{P}^y_x$ はグリーン核を用いた $h(\cdot) := R(\cdot, y)$ によるデューブの h-変換過程の確率法則である.

(3) (劣臨界性): 各 $x \in \mathbb{R}^d$ 毎に, $R^A(x,y) := \int_0^\infty P_t^A(x,y)\mathrm{d}t < \infty$ *for a.e.* $y \in \mathbb{R}^d \setminus \{x\}$. ここで $P_t^A(x,y)$ は汎関数 (2.1) の積分核である.

(4) (劣臨界性): 全ての異なる $x, y \in \mathbb{R}^d$ に対し $R^A(x,y) < \infty$.

(5) (解析的特徴付): $\lambda^{\mathcal{Q}}(\mu_V^1) > 0$.

注意 2.2. (1) [7, Theorems 1.1 and 1.2] の最初の版では証明の技術的理由から $\mu_1 \in S^1_{CK_\infty}(\mathbf{X})$ を仮定しており [2, 3] の諸結果を必ずしも包括していない結果であった. これはグリーン半緊密な拡張された加藤クラス測度の族 $S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$ がギルサノフ変換後に同じ性質を保つことを証明することが困難であったことに起因する. 最近になって $S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$ の概念を拡張し, 拡張されたクラス $S^1_{NK_1}(\mathbf{X})$ がギルサノフ変換後の法則の下で同じ性質を保つことを示すことができ $\mu_1 \in S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$(正確にはより一般な $\mu_1 \in S^1_{NK_1}(\mathbf{X})$) 条件下で [2, 3] を包括出来る形で [7, Theorems 1.1 and 1.2] を改訂することができた.

(2) 文献 [9] において, 解析的特徴付条件 (5) は, 種々の時間変更過程に対応した作用素のスペクトルの下限の正値性条件に言い換えることができることを示した. 結果として gaugeability, conditional gaugeability や劣臨界性の解析的特徴付の与え方は一意的でないことがより明確になった. もともと gaugeability の解析的特徴付けは有界領域での吸収壁ブラウン運動と加藤クラス関数をシュレディンガー作用素のポテンシャルとする枠組で Aizenman-Simon [1, Theorems A.4.1 and A.4.9] において最初に与えられた. [12, Theorem 2.4] で与えた gaugeablity の解析的特徴付けは直接的に [1, Theorems A.4.1 and A.4.9] の結果を反映したものではないが [2, Theorem 2.12] や [3, Theorem 3.3] は [1, Theorems A.4.1 and A.4.9] を反映した特徴付けになっている. [9] では [1, Theorems A.4.1 and A.4.9] の結果を一例として [2, Theorem 2.12] や [3, Theorem 3.3] の結果を包括する形で gaugeability の解析的特徴付けを一般的な定式化で与えている.

(3) 定理 2.1 は次節の定理 3.1の証明に用いる.

3. 結果

α-安定型過程において一般化されたファインマン・カッツ汎関数の gaugeability と一般化されたファインマン・カッツ半群の積分核の超縮小性, 及び安定過程の熱核との大域的な上下比較とがそれぞれ同等であることを示した ([8, Theorem 3]):

定理 3.1 ([8, Theorem 3]). $u \in \mathcal{F}_{\mathrm{loc}} \cap QC(\mathbb{R}^d \cup \{\partial\})$ が有界で $\mathbb{R}^d$ 上細位相で連続なボレル関数とし, $\mu_1 \in S^1_{CK_1}(\mathbf{X})$, $\mu_{\langle u \rangle} + \mu_{F_1} \in S^1_{CK_\infty}(\mathbf{X})$ かつ $\mu_2 + \mu_{F_2} \in S^1_{D_0}(\mathbf{X})$ とする. このとき次の主張が同値になる:

(1) $\lambda^{\mathcal{Q}}(\mu^1_V) > 0$.

(2) 定数 $C = C(\alpha, d, u, F) > 0$ がとれて $\|P^A_t\|_{1,\infty} \le Ct^{-d/\alpha}$ $\forall t > 0$ が成立する.

(3) 定数 $C_i = C_i(\alpha, d, u, F) > 0$, $i = 1, 2$ がとれて

$$C_1 \left(t^{-d/\alpha} \wedge \frac{t}{|x-y|^{d+\alpha}} \right) \le p^A_t(x,y) \le C_2 \left(t^{-d/\alpha} \wedge \frac{t}{|x-y|^{d+\alpha}} \right)$$

が $\forall (t,x,y) \in]0,+\infty[\times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$ で成立する.

注意 3.2. (1) 定理 3.1の主張は [13] の結果の拡張になる. [13] では $u = \mu_2 = F = 0$ の枠組みでゲージ関数 $h(x) := \mathbf{E}_x[\exp(A^{\mu_1}_\infty)]$ に対して $h - 1 = R(h\mu_1)$ に福島分解を適用するため (i.e., $h - 1 = R(h\mu_1)$ を拡大ディリクレ空間 $\mathcal{F}_e$ の元にするため) μ_1 がエネルギー有限測度になることを仮定している. 我々の議論は一般化された福島分解 (文献 [6] を参照されたい) を用いるため, この仮定が不要になる. また $u = \mu_1 = F = 0$ で $\mu_2 \neq 0$ の場合でも今までに知られていない新しい結果になっている. この場合は $\mu^1_V = 0$, $\mu_2 \in S^1_{D_0}(\mathbf{X})$ の条件下で $\mathcal{Q}(f,g) = \mathcal{E}(f,g) + \int_{\mathbb{R}^d} fg\mathrm{d}\mu_2$ なので条件 (1) は $\lambda^{\mathcal{Q}}(\mu^1_V) = +\infty$ で自動成立する状況となっている. つまり, グリーン有界な測度による $\mathbf{X}$ の subprocess の熱核はもとの $\mathbf{X}$ の熱核と大域的に比較可能であることをも主張している.

(2) 主定理は安定型過程の枠組みで述べてはいるが, 同様な主張が相対論的安定型過程 ($u = \mu_2 = F = 0$ で $\mu_1 \in S^1_{CK_\infty}(\mathbf{X}) \cap S_0(\mathbf{X})$ のときは文献 [14] を参照されたい, ここで $S_0(\mathbf{X})$ はエネルギー有限測度の全体である) や (条件の若干の修正がいるが) 多様体上のブラウン運動の枠組みでも成立する.

References

[1] M. Aizenman and B. Simon, *Brownian motion and Harnack inequality for Schrödinger operators*, Comm. Pure. Appl. Math. **35** (1982), no. 2, 209–273.

[2] Z.-Q. Chen, *Gaugeability and conditional gaugeability*, Trans. Amer. Math. Soc. **354** (2002), no. 11, 4639–4679.

[3] Z.-Q. Chen, *Analytic characterization of conditional gaugeability for non-local Feynman-Kac transforms*, J. Funct. Anal. **202** (2003), no. 1, 226–246.

[4] Z.-Q. Chen and T. Kumagai, *Heat kernel estimates for stable-like processes on d-sets*, Stochastic processes and their Applications **108** (2003), no. 1, 23–62.

[5] M. Fukushima, Y. Oshima and M. Takeda, *Dirichlet forms and symmetric Markov processes*, Second revised and extended edition. de Gruyter Studies in Mathematics, **19**. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 2011.

[6] D. Kim, K. Kuwae and Y. Tawara, *Large deviation principle for generalized Feynman-Kac functionals and its applications*, preprint (2012).

[7] D. Kim and K. Kuwae, *Analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals*, preprint (2012).

[8] D. Kim and K. Kuwae, *On a stability of heat kernel estimates under generalized non-local Feynman-Kac perturbations for stable-like processes*, preprint (2013).

[9] D. Kim and K. Kuwae, *General analytic characterization of gaugeability for Feynman-Kac functionals*, preprint (2013).

[10] K. Kuwae and M. Takahashi, *Kato class functions of Markov processes under ultracontractivity*, Potential theory in Matsue, 193–202, Adv. Stud. Pure Math. **44**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2006.

[11] P. Stollmann and J. Voigt, *Perturbation of Dirichlet forms by measures*, Potential Anal. **5** (1996), no. 2, 109–138.

[12] M. Takeda, *Conditional gaugeability and subcriticality of generalized Schrödinger operators*, J. Funct. Anal. **191** (2002), no. 2, 343–376.

[13] M. Takeda, *Gaugeability for Feynman-Kac functionals with applications to symmetric α-stable processes*, Proc. Amer. Math. Soc. **134** (2006), no. 9, 2729–2738.

[14] M. Wada, *Perturbation of Dirichlet forms and the stablility of fundamental solutions*, to appear in Tohoku Math. J. (2013).

Kazuhiro Kuwae
Department of Mathematics and Engineering
Graduate School of Science and Technology
Kumamoto University
Kumamoto, 860-8555
JAPAN
E-mail address: kuwae@gpo.kumamoto-u.ac.jp

Daehong Kim
Department of Mathematics and Engineering
Graduate School of Science and Technology
Kumamoto University
Kumamoto, 860-8555
JAPAN
E-mail address: daehong@gpo.kumamoto-u.ac.jp